

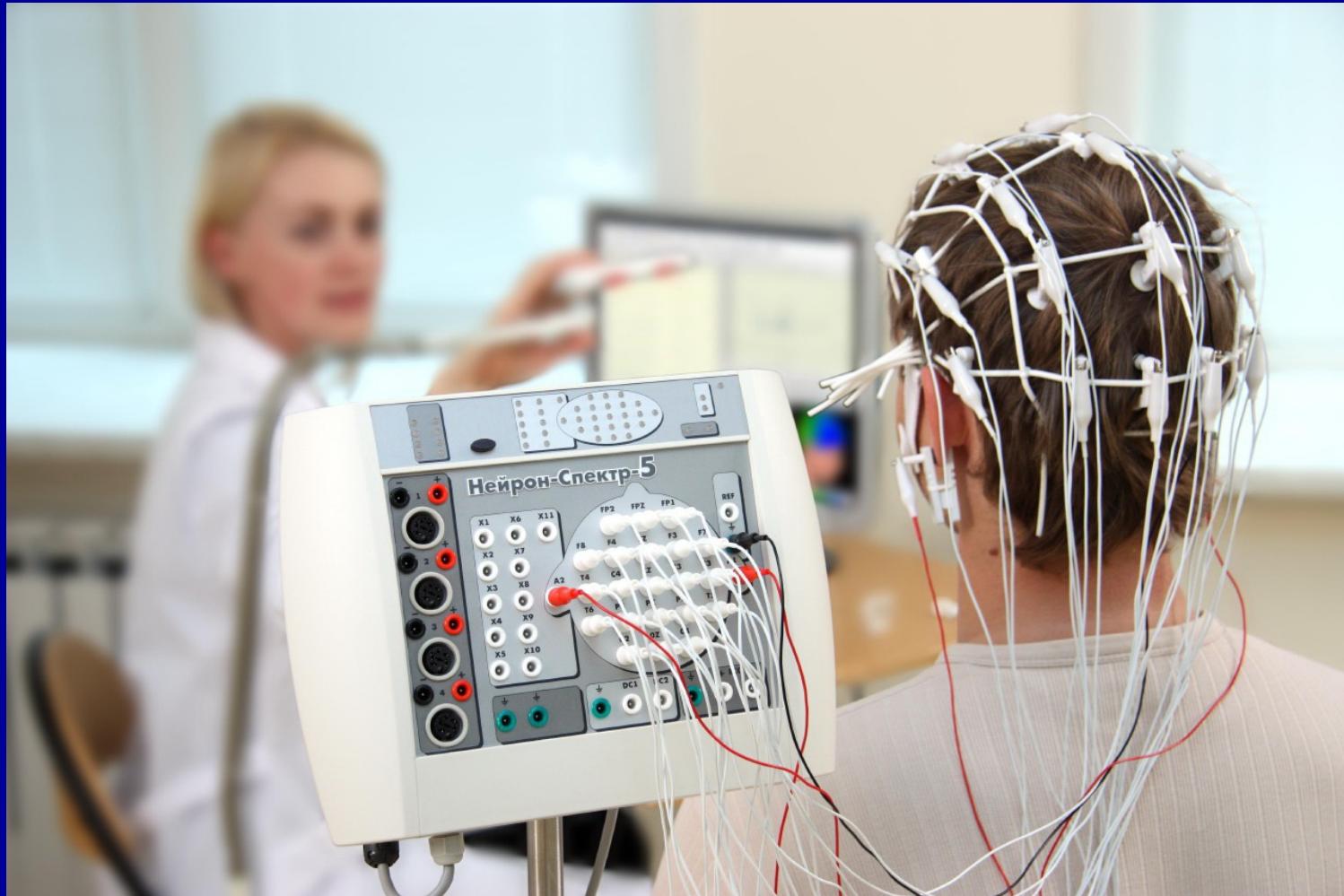
# МАТЕМАТИКА И НЕЙРОНАУКИ: математические модели мозга



61-я неделя матмеха 25.04.2022

- ГРАНТ СПБГУ (2021-2023 гг)
- ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ НЕЙРОННОЙ АКТИВНОСТИ И БИОМАРКЕРОВ СОСТОЯНИЙ МОЗГА ЧЕЛОВЕКА
  - С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ
  - ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА
- - СПбГУ, матмех, каф.теор.кибернетики
- - СПбГУ, биофак, каф. высшей нервной деят-ти
- - Институт мозга человека РАН
- - Институт проблем машиноведения РАН
- - Университет Иннополис, лаб. нейронаук

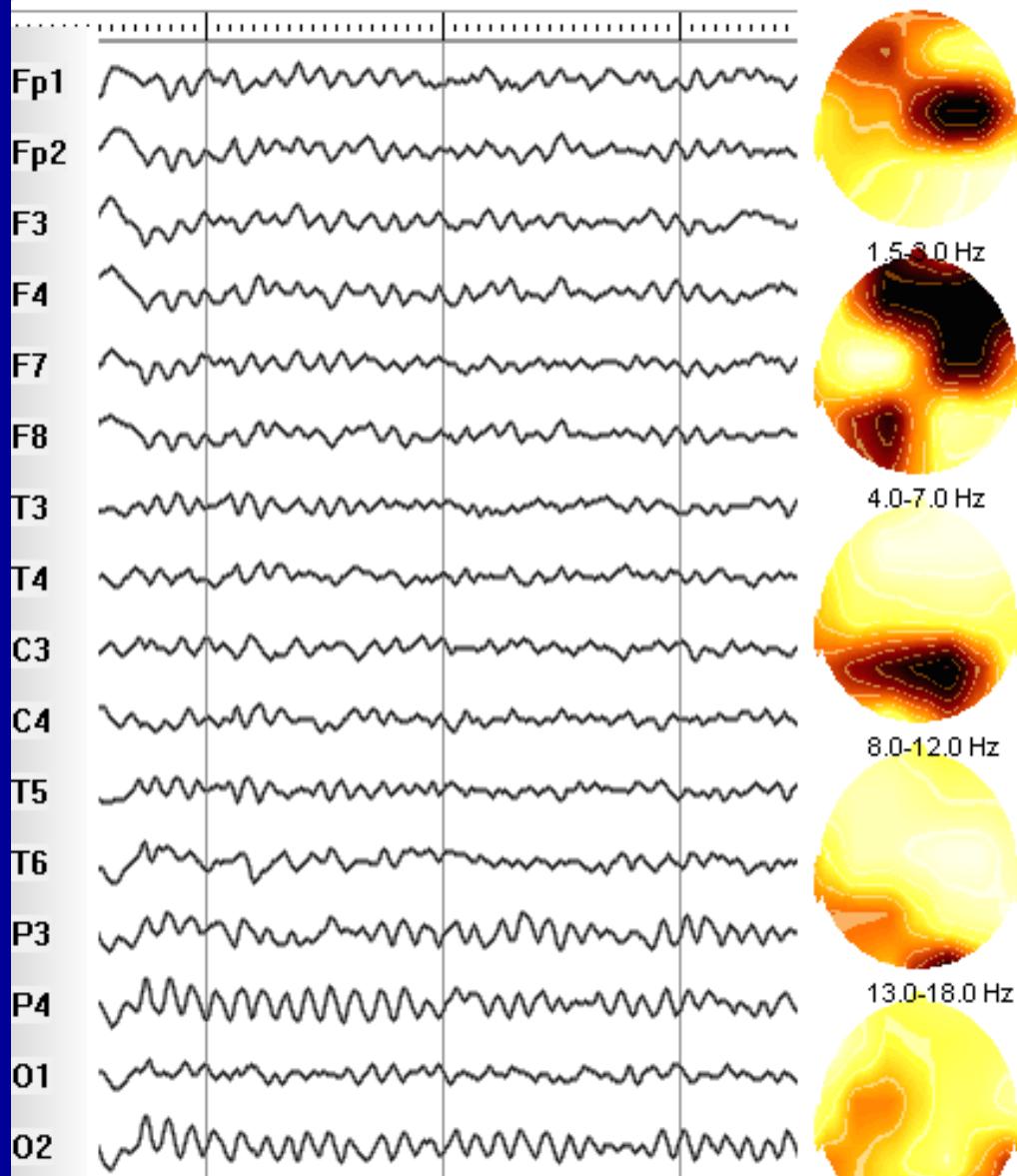
# ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАФИЯ



# ЭЭГ – массовый, неинвазивный способ сбора данных о нейрональной активности головного мозга



ЭЭГ- покоя, 16-канальная регистрация



Анализ ЭЭГ  
затруднен из-за  
зашумленности  
данных и  
сложности  
математических  
моделей  
активности  
головного мозга

# Работы по нейроуправлению в ИПМаш РАН и СПбГУ



Рис. 1: Внешний вид нейросетевого стенда «НС-1»

# Схема нейросетевого стенда «НС-1»

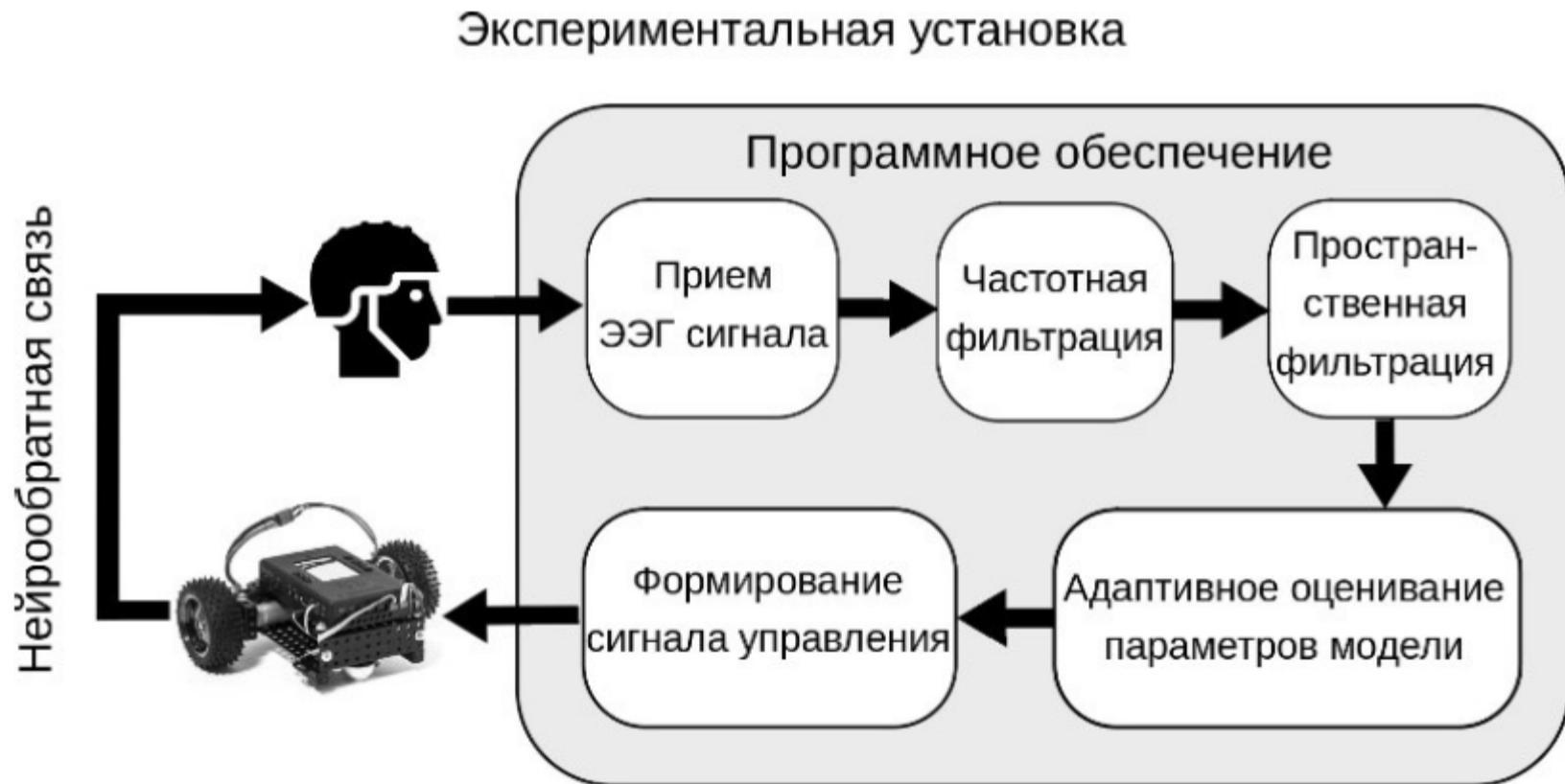
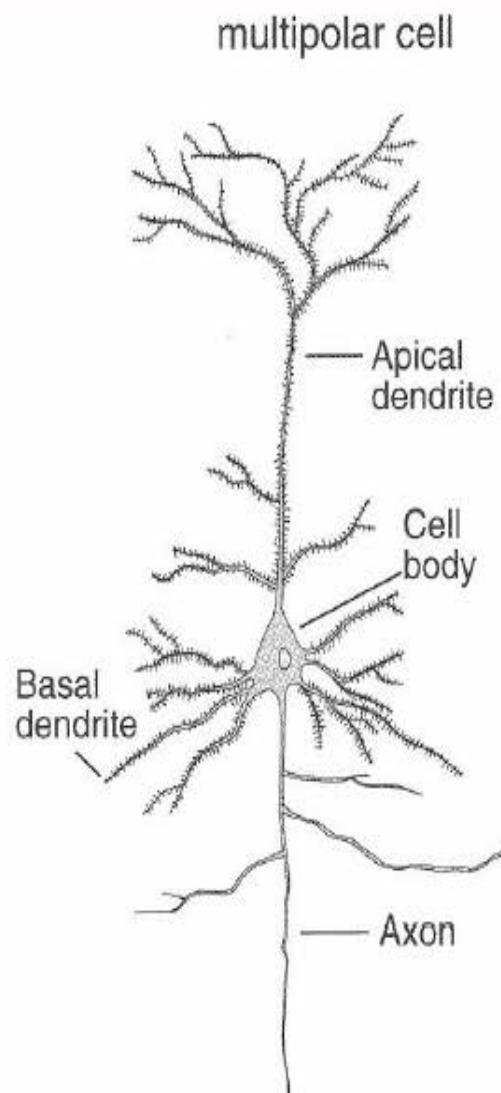


Рис. 2: Схема экспериментальной установки и программного обеспечения.

В головном мозге человека  
>80 млрд. нейронов

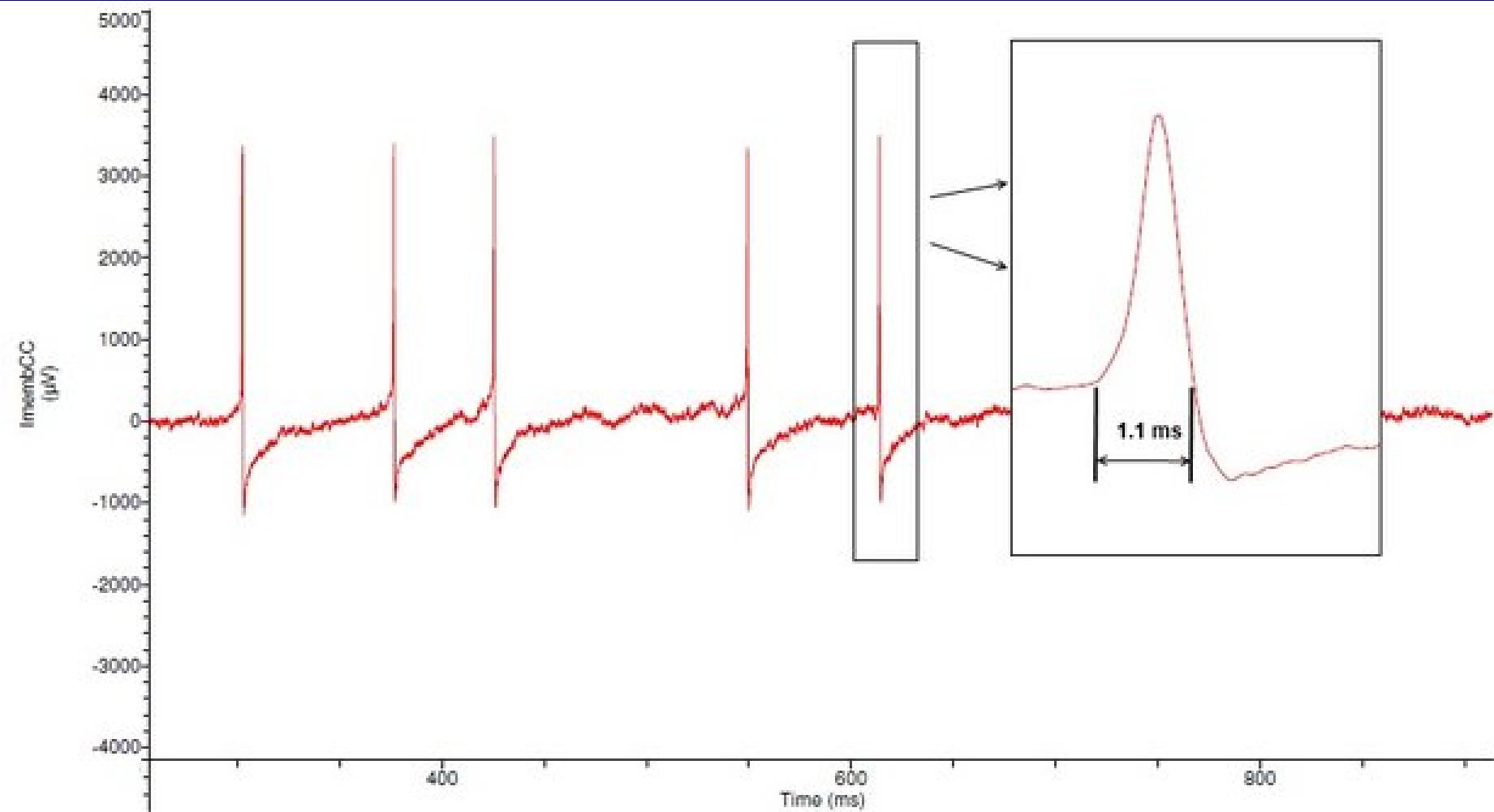


# Нейрон

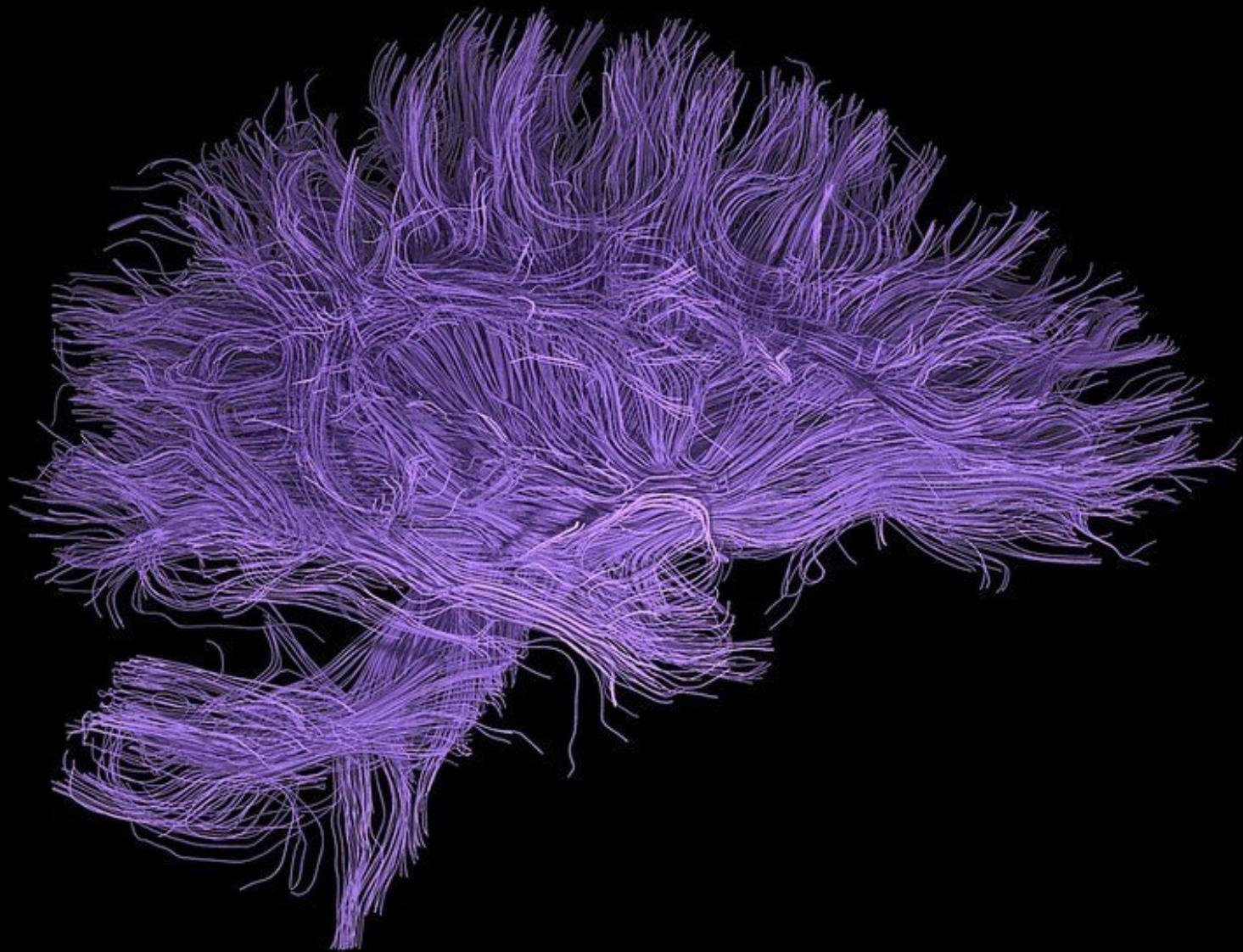


- **Сома, или тело**, диаметр сомы достигает 100 мкм и более, у самых мелких - около 5 мкм.
- **Дендриты** - цитоплазматические выросты увеличивающие пространственную локализацию нейрона. На них расположены синапсы с другими нейронами. Некоторые нейроны имеют на дендритах специализированные выросты – *шипики*, являющиеся специализированной постсинаптической частью глутаматных синапсов.
- **Аксон** - удлиненный вырост цитоплазмы, структурно и функционально приспособленный для проведения потенциалов действия. У позвоночных животных он может иметь миелиновую оболочку.
- **Аксональный холмик** – начальный участок аксона, имеющий высокую вероятность генерации потенциала действия
- **Аксональные расширения** – пресинаптические терминали

## ■ Нейроны «общаются» импульсами – потенциалами действия (80-100 мВ)

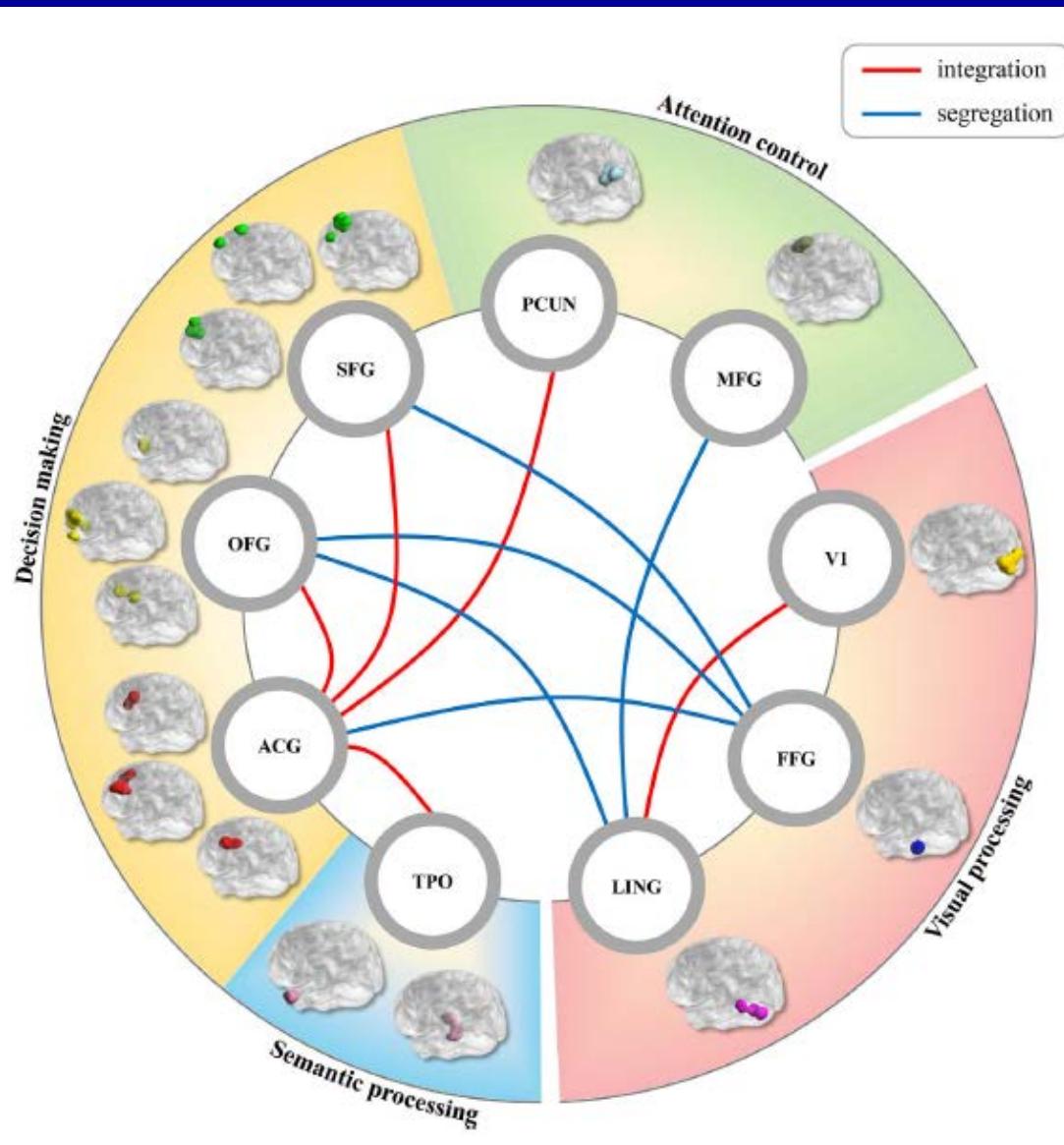


# Волокна мозга (коннектом)



# Human Connectome Project - Mapping human brain

<http://www.humanconnectomeproject.org>



# СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ МОЗГА

Модель нейрона ФитцХью-Нагумо (ФХН):

$$\begin{cases} \dot{u} = u - u^3/3 - v + I_{ext}, \\ \dot{v} = \varepsilon(u - a - bv). \end{cases} \quad (10)$$

Здесь  $u$  описывает динамику мембранныго потенциала нейрона;  $v$  – совокупное действие всех медленных ионных токов, отвечающих за восстановление потенциала покоя мембраны. Параметры  $a$  и  $b$  определяют проводимостные характеристики ионных каналов, а  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) – относительную скорость изменения медленных ионных токов.

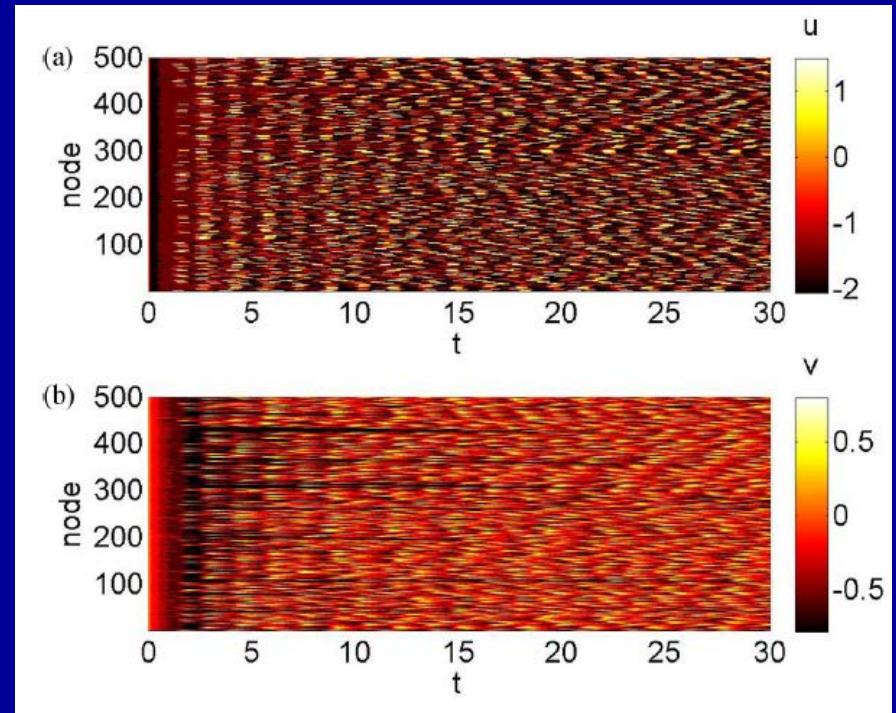
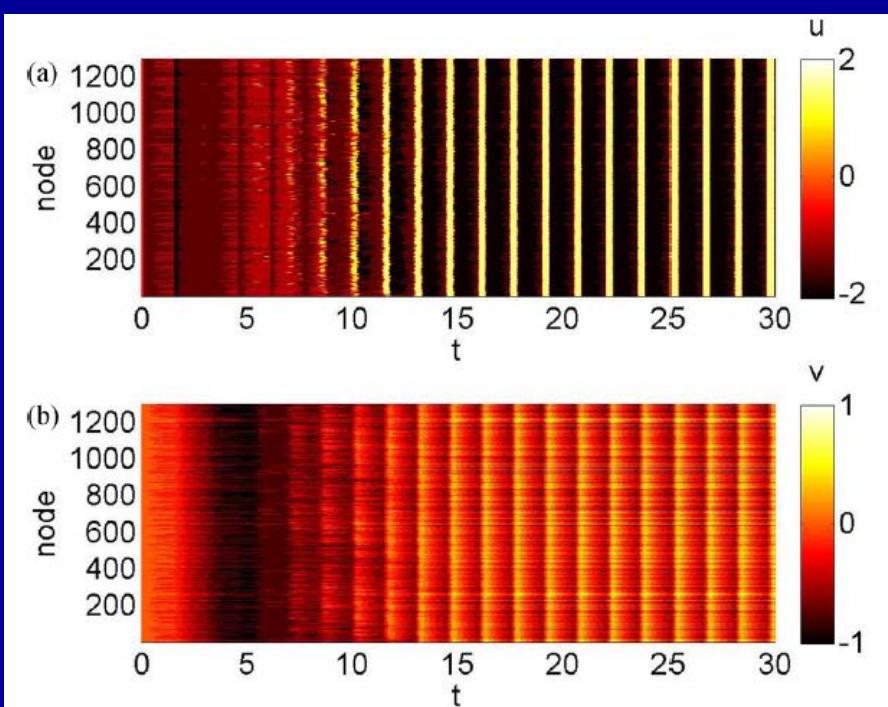
Модель сети ФХН-нейронов ( $C$ ,  $G_{ij}$ - к-нты связи.  $\tau$  - задержка:

$$\varepsilon \dot{u}_i = u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + C \sum_{j=1}^N G_{ij}[u_j(t - \tau) - u_i(t)],$$

$$\dot{v}_i = u_i + a_i, \quad i = 1, \dots, N,$$

# СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ МОЗГА

## Синхронизация моделей ФитцХью-Нагумо:



S. A. Plotnikov, J. Lehnert, A. L. Fradkov, E. Sch"oll.

Synchronization in heterogeneous FitzHugh-Nagumo networks with hierarchical architecture. Phys. Rev. E 94, 012203 (2016),

Plotnikov S.A., Fradkov A.L.

Synchronization of nonlinearly coupled networks based on circle criterion.  
Chaos 31, 103110 (2021)

- ИСТОЧНИКИ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА
1. Нелинейные динамические модели нейронов: Обзор.  
*А. С. Дмитриев и др. ИПФ РАН, 2018*  
<https://andjournal.sgu.ru/ru/articles/nelineynye-dinamicheskie-modeli-neuronov-obzor>
  2. Математическое моделирование нейродинамических систем. Прокин И.С., Симонов А.Ю., Казанцев В.Б  
Учебное пособие. ННГУ, 2012,  
<http://window.edu.ru/resource/465/79465>
  3. Моделируем электрическую активность нейронов  
<https://habr.com/ru/post/201220/>
  4. Human Brain Project <https://www.humanbrainproject.eu/en/>

# ИСТОЧНИКИ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

5. Коннектом — полное описание структуры связей в нервной системе организма. [https://intellect.icu/  
konnektom-polnoe-opisanie-struktury-svyazej-8034](https://intellect.icu/konnektom-polnoe-opisanie-struktury-svyazej-8034)
6. Cofré, R., Herzog, R., Mediano, P.A.M., (...), Perl, Y.S., Tagliazucchi, E. Whole-brain models to explore altered states of consciousness from the bottom up (Открытый доступ)  
2020 Brain Sciences, 10(9), 626, с. 1-29.
7. Rabinovich M. I. Varona P. Selverston A. I. Abarbanel. Dynamical principles in neuroscience (бид-ка СПбГУ).  
Reviews of Modern Physics. 2006, V. 78, 1213-1265.
8. D.Nikitin, I. Omelchenko, A.Zakharova, M.Avetyan, A.L. Fradkov, E. Scholl. Complex partial synchronization patterns in networks of delay-coupled neurons. Philosophic Trans. Royal Society A, 2019, A 377 (2153), 20180128.